

Vorname: _____ Name: _____ Matrikelnummer: _____

Aufgabe 1 (8 Punkte)

Gib das Master-Theorem aus der **Vorlesung** an. Spezifiziere hierzu insbesondere die drei verschiedenen Fälle und gib an, welche Lösung der jeweilige Fall besitzt.

Bestimme die Asymptotik von $T(n)$ mithilfe des Master-Theorems aus der **Vorlesung** unter Angabe einer der drei Fälle (siehe oben) mit Begründung bzw. begründe, warum das Master-Theorem nicht anwendbar ist. Es gilt dabei immer $T(1) = 1$:

a) $T(n) = 2 \cdot T(n/2) + \sqrt{n}$,

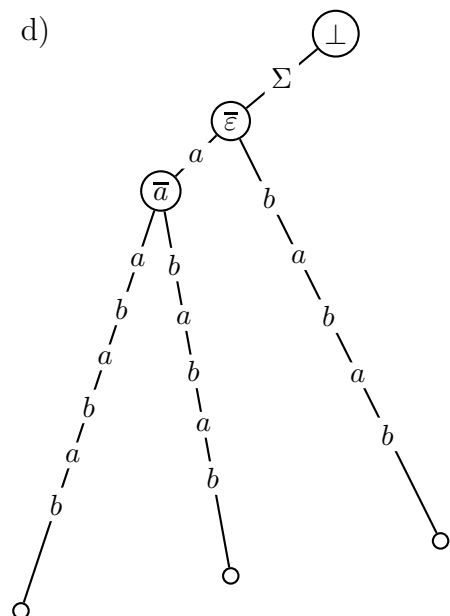
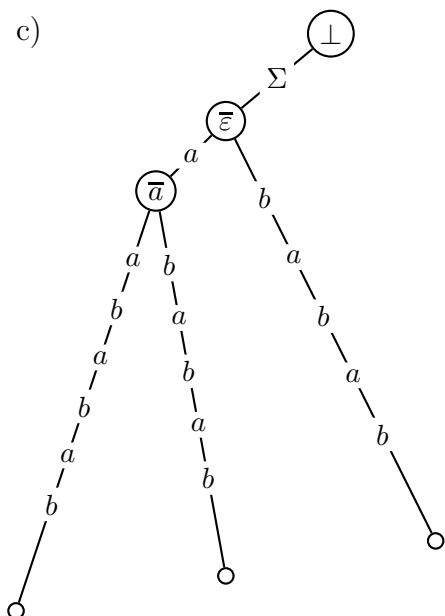
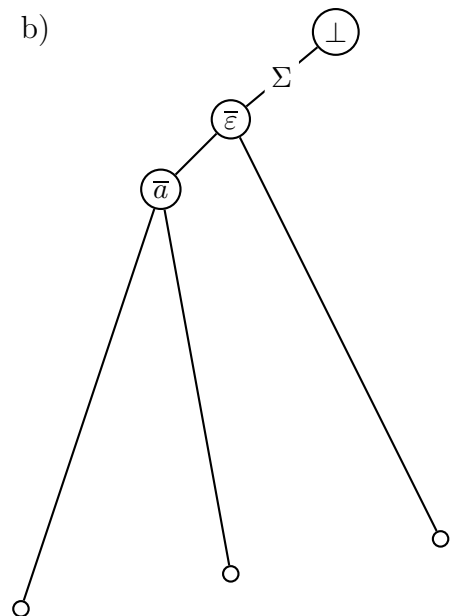
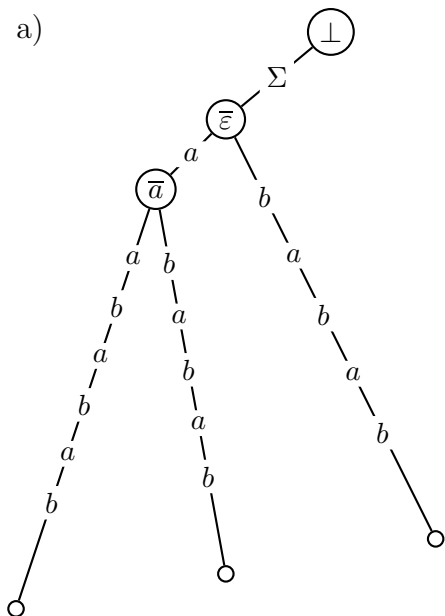
b) $T(n) = 2 \cdot T(n/4) + \sqrt{n} \log(n)$,

c) $T(n) = 3 \cdot T(n/3) + n\sqrt{n}$.

Aufgabe 2 (8 Punkte)

Betrachte den unter a) abgebildeten Suffix-Baum für $s = s_1 \cdots s_7 = aababab$. Der besseren Lesbarkeit wegen sind hierbei immer explizit die Kantenlabels statt der Referenzen angegeben.

- Zeichne alle Suffix-Links ein, die Ukkonens Algorithmus hierfür konstruiert hat.
- Gib die Kantenlabels so an, wie sie in Ukkonens Algorithmus verwendet werden.
- Führe Ukkonens Algorithmus für den Übergang von s auf $s' = s \cdot a = aabababa$ aus. Gib für c) und d) alle Zwischenschritte an, markiere insbesondere die Position des aktiven Knotens und Endknotens im jeweiligen Suffix-Baum. Zeichne dabei nur die verwendeten und neu eingetragenen Suffix-Links mit jeweils einer anderen Farbe ein und nummeriere die neuen Blätter in der Reihenfolge der Einfügung.



Vorname: _____ Name: _____ Matrikelnummer: _____

Aufgabe 3 (8 Punkte)

Löse die folgende Rekursionsgleichung **mit Hilfe der allgemeinen Lösung für lineare Rekursionsgleichungen**:

$$f_n = 4 \cdot f_{n-1} - 2 \quad \text{für } n \geq 1, \quad \text{und} \quad f_0 = 1.$$

Vorname: _____ Name: _____ Matrikelnummer: _____

Aufgabe 4 (8 Punkte)

Gegeben seien zwei Wörter $s = s_1 \cdots s_m \in \Sigma^m$ und $t = t_1 \cdots t_n \in \Sigma^n$. Gib einen Algorithmus mit Laufzeit $O(n + m)$ an, der das längste Präfix von s findet, das auch ein Suffix von t ist.

Beispiel: Für $s = ababbaaaa$ und $t = bbbababb$ sind ε und $ababb$ jeweils sowohl ein Präfix von s als auch ein Suffix von t .

Hinweis: Korrektheitsbeweis und Laufzeitanalyse nicht vergessen!

Aufgabe 5 (8 Punkte)

Ein *spezielles Alignment* für zwei Sequenzen $s \in \Sigma^n$ und $t \in \Sigma^m$ ist ein globales paarweises Sequenzen-Alignment $(\bar{s}, \bar{t}) \in \mathcal{A}(s, t)$ mit der Einschränkung, dass auf ein Indel (Insertion bzw. Deletion) keine Substitution folgen darf (also rechts davon stehen darf), jedoch ein Match oder ein Indel.

Beispiel: Für $s = AAAAC$ und $t = ATTC$ ist $\begin{pmatrix} AAA-AC \\ -ATT-C \end{pmatrix}$ ein spezielles Alignment (allerdings nicht notwendigerweise ein optimales), $\begin{pmatrix} AAA-AC \\ A-TT-C \end{pmatrix}$ oder $\begin{pmatrix} AAA-AC \\ A--TTC \end{pmatrix}$ jedoch nicht.

Finde einen möglichst effizienten Algorithmus, der für zwei gegebene Sequenzen $s \in \Sigma^n$ und $t \in \Sigma^m$ ein optimales spezielles Alignment bzgl. der Alignment-Distanz mit linearer Lückenstrafe findet. Hierbei trägt jede Insertion und jede Deletion 2 sowie jede Substitution 3 zur Alignment-Distanz bei, ein Match wie üblich 0.

Hinweis: Korrektheitsbeweis und Laufzeitanalyse nicht vergessen!