

## Algorithmische Bioinformatik: Bäume und Graphen

### Übungsblatt 5

**Abgabetermin:** Montag, 28.05.2018, 9 Uhr

#### 1. Aufgabe (Additive Matrizen, Bonus-Aufgabe):

Gegeben seien die beiden folgenden  $(7 \times 7)$ -Matrizen  $M_1$  und  $M_2$ . Entscheiden Sie, ob sie extern additiv sind oder nicht. Geben Sie dazu entweder einen externen additiven Baum an oder eine Begründung, dass dies nicht möglich ist.

$M_1$	1	2	3	4	5	6	7
1	0	5	5	6	6	3	7
2		0	4	5	5	6	6
3			0	3	5	6	6
4				0	6	7	7
5					0	7	3
6						0	8
7							0

$M_2$	1	2	3	4	5	6	7
1	0	7	3	7	7	8	3
2		0	2	6	6	3	6
3			0	2	2	3	2
4				0	4	7	6
5					0	7	6
6						0	7
7							0

#### 2. Aufgabe (Spannbäume):

Gegeben sei ein Spannbaum  $T$  für einen ungerichteten Graphen  $G$ . Sei  $\{x, y\}$  eine Kante in  $T$  und  $V_x$  und  $V_y$  die Zusammenhangskomponenten von  $T$ , die durch Entfernen der Kante  $\{x, y\}$  aus  $T$  entstehen und  $x$  bzw.  $y$  enthalten. Sei  $\{x', y'\} \notin E(T)$  eine Kante aus  $G$  mit  $x' \in V_x$  und  $y' \in V_y$ .

Zeigen Sie: Der Graph  $T' = T \setminus \{\{x, y\}\} \cup \{\{x', y'\}\}$  ist ein Spannbaum von  $G$ .

#### 3. Aufgabe (Minimaler Spannbaum, Bonus-Aufgabe):

Sei  $D$  eine streng ultrametrische Matrix und sei  $G(D)$  der zugehörige gewichtete ungerichtete Graph. Zeigen Sie, dass es einen minimalen Spannbaum von  $G(D)$  gibt, der ein Pfad ist.