Algorithmische Bioinformatik I

Abgabetermin: Mittwoch, den 29. Mai, vor der Vorlesung

Aufgabe (Notenbonus) 1

Gib eine möglichst einfache Abschätzung mit Θ an (Beispiel: für $f(n) = 3n^2 + 2n + 1$ ist $f(n) \in \Theta(n^2)$; $f(n) \in \Theta(2 \cdot n^2 + 5n)$ ist zwar auch korrekt, hier aber nicht gesucht).

$$a)\ f(n) = \lceil \log(n!) \rceil\,,\ \ b)\ f(n) = \sum_{i=1}^{n} \frac{i^4}{3^i},\ \ c)\ f(n) = \sum_{i=1}^{n-1} (n-i)5^i,\ \ d)\ f(n) = \sum_{i=1}^{n-1} i \log(n-i).$$

Hinweis: Begründung nicht vergessen. (Diskrete Integration ist hier nicht unbedingt erforderlich).

Aufgabe (Notenbonus) 2

Löse die folgende inhomogene lineare Rekursionsgleichung mit Hilfe des Satzes zur Lösung homogener linearer Rekursionsgleichungen endlicher Ordnung aus der Vorlesung:

$$a_n = 2a_{n-1} - a_{n-2} + n \qquad \text{und} \qquad a_0 = 0, \quad a_1 = 1.$$

Hinweis: Einige der Folgenglieder der Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sind negativ.

Aufgabe 3

Beweise oder widerlege:

a) $f + O(g) = O(f + g)$, hierbei ist $f + O(g) := \{f + h \,:\, h \in O(g)\}$ mit $f, g, h : \mathbb{N} \to \mathbb{R}_+$ und das Gleichheitszeichen bedeutet Mengengleichheit.

b) $O(f) \cdot O(g) = O(f \cdot g)$, hierbei ist $O(f) \cdot O(g) := \left\{ \hat{f} \cdot \hat{g} \,:\, \hat{f} \in O(f) \wedge \hat{g} \in O(g) \right\}$ mit $f, g, \hat{f}, \hat{g} : \mathbb{N} \to \mathbb{R}_+$ und das Gleichheitszeichen bedeutet Mengengleichheit.