Ludwig-Maximilians-Universität München
Institut für Informatik
Prof. Dr. Volker Heun

Wintersemester 2023/24
Übungsblatt 7
6. Dezember 2023

Algorithmen auf Sequenzen

Abgabetermin: Samstag, den 16. Dezember, 10^{00} in Moodle

Aufgabe 1

Wende den Conquer-Step aus dem Algorithmus von Main und Lorentz auf das folgende Wort

$$t = t_1 \cdots t_{20} = abaabbabbabbabbabbaa$$

für $h = \lfloor \frac{n}{2} \rfloor = 10$ und $q = h + \ell$ an (also nur Schritt 3). Gib dazu für jedes $\ell \in [3:6]$ die ausgeführten LCE-Anfragen und die ausgegebenen Tandem-Repeat-Paare an (gib zusätzlich an, welche davon rechtsverzweigend sind).

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
t_i	a	b	a	a	b	b	a	b	b	a	b	b	a	b	b	a	b	b	a	a

Aufgabe 2

Konstruiere eine unendliche Familie $\mathcal{F} \subseteq \Sigma^*$ von Zeichenreihen über Σ, so dass für jedes $t \in \mathcal{F}$ gilt $\pi(t) \geq f(|t|)$, wobei $\pi(t)$ die Anzahl maximaler Paare in t und $f(n) = \omega(n)$ ist.

Hinweis: Es gibt Familien $\mathcal{F}$, so dass $f(n) = \Omega(n^2)$ gewählt werden kann.

Tutoraufgabe 3 (Vorbereitung bis zum 13.12.23)

a) Gib eine Familie $\mathcal{T} = \{T_n : n \in \mathbb{N}\}$ von Bäumen an, so dass T_n genau n Blätter besitzt und dass gilt

$$\sum_{v \in V(T_n)} |LL(v)| = \Theta(n^2).$$

b) Zeige, dass für jeden k-ären Baum mit n Blättern gilt:

$$\sum_{v \in V(T_n)} |LL(v)| = \Omega(n \log_k(n)).$$

$k \geq 2$ ist hierbei eine feste Konstante und ein Baum heißt k-är, wenn jeder innere Knoten maximal k, aber mindestens zwei Kinder besitzt.

Hinweis: Für alle $n_i \in \mathbb{R}_+^*$ ($i \in [1:k]$) mit $N = \sum_{i=1}^{k} n_i$ gilt $\sum_{i=1}^{k} n_i \log(n_i) \geq N \log\left(\frac{N}{k}\right)$.