Ludwig-Maximilians-Universität München
Institut für Informatik
Prof. Dr. Volker Heun

Sommersemester 2008
Übungsblatt 3
6. November 2008

Algorithmische Bioinformatik II

Abgabetermin: Montag, den 17. November, 12^{00}

Betrachte für die ersten beiden Aufgaben das Problem MinPartition und das darauf folgende Approximationsschema PTAS_MinPartition.

MinPartition

Eingabe: Ein Folge $x = (x_1, \ldots, x_n) \in \mathbb{N}^n$.
Lösung: Ein Teilmenge $I \subseteq [1:n]$.
Optimum: Minimiere $\mu(I, n) := \max\{\sum_{i \in I} x_i, \sum_{i \in [1:n] \setminus I} x_i\}$.

PTAS_MinPartition($(x_1, \ldots, x_n) \in \mathbb{N}^n$, $\varepsilon \in (0, 1)$)

```
{
    Sortiere (x_1, ..., x_n), s.d. x_1 ≥ x_2 ≥ ··· ≥ x_n gilt.
    k(ε) := min{n, ⌈(1 − ε)/ε⌉};
    I := ∅;
    /* Finde optimale Lösung I für (x_1, ..., x_k(ε)) */
    for each (J ⊆ [1 : k(ε)])
        if (μ(J, k(ε)) < μ(I, k(ε)))
            I := J;
    /* Erweitere I zu einer Lösung für (x_1, ..., x_n) */
    for (j := k(ε); j < n; j++)
        if (Σ_{i∈I} x_i ≤ Σ_{i∈[1:j]\I} x_i)
            I := I ∪ {j + 1};
    return I;
}
```

Aufgabe 1

Schätze die Laufzeit von PTAS_MinPartition in Abhängigkeit von n und ε möglichst genau ab.

Aufgabe 2

Zeige, dass PTAS_MinPartition die Approximationsgüte $1 + \varepsilon$ besitzt.

Hinweis: Betrachte das zuletzt in die größere Menge aufgenommene Element x_ℓ. Zeige, dass die Partition optimal ist, falls $\ell \leq k(\varepsilon)$, bzw. dass die geforderte Approximationsgüte erfüllt wird, falls $\ell > k(\varepsilon)$.

— **Bitte wenden!** —

Aufgabe 3

Eine Münze wird 20.000 mal geworfen. Schätze die Wahrscheinlichkeit, dass die Anzahl, wie oft Kopf erscheint, um mindestens 5% vom Erwartungswert abweicht, möglichst genau ab, wobei

a) die Wahrscheinlichkeit für Kopf 0.5 ist;

b) die Wahrscheinlichkeit für Kopf 0.1 ist.

Aufgabe 4

Beweise den Satz 6.56 aus dem Skript für Minimierungsprobleme.