



Vorname: \_\_\_\_\_ Name: \_\_\_\_\_ Matrikelnummer: \_\_\_\_\_

### Aufgabe 1 (8 Punkte)

Gib das Master-Theorem aus der **Vorlesung** an. Spezifiziere hierzu insbesondere die drei verschiedenen Fälle und gib an, welche Lösung der jeweilige Fall besitzt.

Bestimme die Asymptotik von  $T(n)$  mithilfe des Master-Theorems aus der **Vorlesung** unter Angabe einer der drei Fälle (siehe oben) mit Begründung bzw. begründe, warum das Master-Theorem nicht anwendbar ist. Es gilt dabei immer  $T(1) = 1$ :

a)  $T(n) = 2 \cdot T(n/2) + \sqrt{n}$ ,

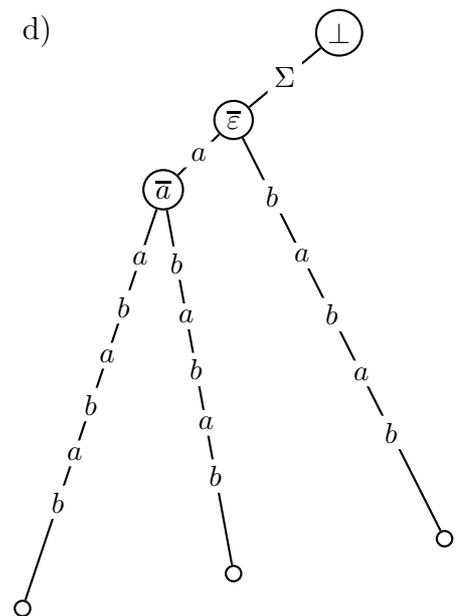
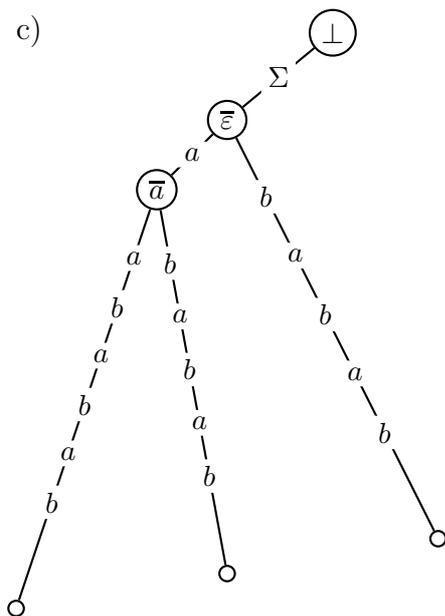
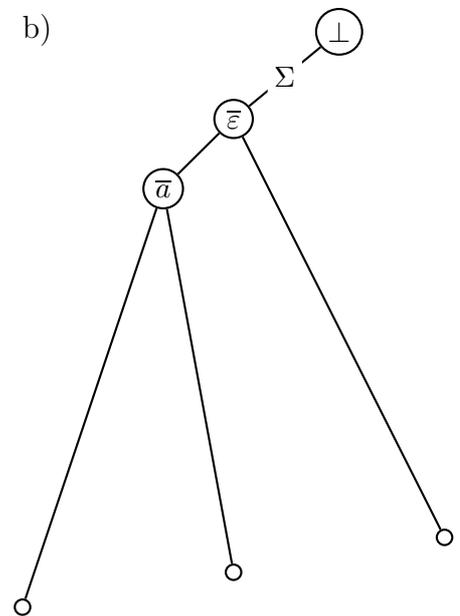
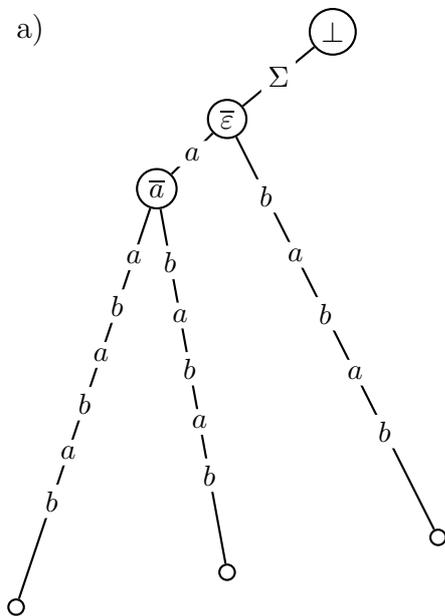
b)  $T(n) = 2 \cdot T(n/4) + \sqrt{n} \log(n)$ ,

c)  $T(n) = 3 \cdot T(n/3) + n\sqrt{n}$ .

### Aufgabe 2 (8 Punkte)

Betrachte den unter a) abgebildeten Suffix-Baum für  $s = s_1 \cdots s_7 = aababab$ . Der besseren Lesbarkeit wegen sind hierbei immer explizit die Kantenlabels statt der Referenzen angegeben.

- Zeichne alle Suffix-Links ein, die Ukkonens Algorithmus hierfür konstruiert hat.
- Gib die Kantenlabels so an, wie sie in Ukkonens Algorithmus verwendet werden.
- Führe Ukkonens Algorithmus für den Übergang von  $s$  auf  $s' = s \cdot a = aabababa$  aus. Gib für c) und d) alle Zwischenschritte an, markiere insbesondere die Position des aktiven Knotens und Endknotens im jeweiligen Suffix-Baum. Zeichne dabei nur die verwendeten und neu eingetragenen Suffix-Links mit jeweils einer anderen Farbe ein und nummeriere die neuen Blätter in der Reihenfolge der Einfügung.



Vorname: \_\_\_\_\_ Name: \_\_\_\_\_ Matrikelnummer: \_\_\_\_\_

### **Aufgabe 3 (8 Punkte)**

Löse die folgende Rekursionsgleichung **mit Hilfe der allgemeinen Lösung für lineare Rekursionsgleichungen**:

$$f_n = 4 \cdot f_{n-1} - 2 \quad \text{für } n \geq 1, \quad \text{und} \quad f_0 = 1.$$

Vorname: \_\_\_\_\_ Name: \_\_\_\_\_ Matrikelnummer: \_\_\_\_\_

#### **Aufgabe 4 (8 Punkte)**

Gegeben seien zwei Wörter  $s = s_1 \cdots s_m \in \Sigma^m$  und  $t = t_1 \cdots t_n \in \Sigma^n$ . Gib einen Algorithmus mit Laufzeit  $O(n + m)$  an, der das längste Präfix von  $s$  findet, das auch ein Suffix von  $t$  ist.

*Beispiel:* Für  $s = ababbaaaa$  und  $t = bbbababb$  sind  $\varepsilon$  und  $ababb$  jeweils sowohl ein Präfix von  $s$  als auch ein Suffix von  $t$ .

*Hinweis:* Korrektheitsbeweis und Laufzeitanalyse nicht vergessen!

### Aufgabe 5 (8 Punkte)

Ein *spezielles Alignment* für zwei Sequenzen  $s \in \Sigma^n$  und  $t \in \Sigma^m$  ist ein globales paarweises Sequenzen-Alignment  $(\bar{s}, \bar{t}) \in \mathcal{A}(s, t)$  mit der Einschränkung, dass auf ein Indel (Insertion bzw. Deletion) keine Substitution folgen darf (also rechts davon stehen darf), jedoch ein Match oder ein Indel.

*Beispiel:* Für  $s = AAAAC$  und  $t = ATTC$  ist  $\begin{pmatrix} AAA-AC \\ -ATT-C \end{pmatrix}$  ein spezielles Alignment (allerdings nicht notwendigerweise ein optimales),  $\begin{pmatrix} AAA-AC \\ A-TT-C \end{pmatrix}$  oder  $\begin{pmatrix} AAA-AC \\ A--TTC \end{pmatrix}$  jedoch nicht.

Finde einen möglichst effizienten Algorithmus, der für zwei gegebene Sequenzen  $s \in \Sigma^n$  und  $t \in \Sigma^m$  ein optimales spezielles Alignment bzgl. der Alignment-Distanz mit linearer Lückenstrafe findet. Hierbei trägt jede Insertion und jede Deletion 2 sowie jede Substitution 3 zur Alignment-Distanz bei, ein Match wie üblich 0.

*Hinweis:* Korrektheitsbeweis und Laufzeitanalyse nicht vergessen!