

Vorname: _____ Name: _____ Matrikelnummer: _____

Aufgabe 1 (8 Punkte)

Gib das Master-Theorem aus der **Vorlesung** an. Spezifiziere hierzu insbesondere die drei verschiedenen Fälle und gib an, welche Lösung der jeweilige Fall besitzt.

Bestimme die Asymptotik von $T(n)$ mithilfe des Master-Theorems aus der **Vorlesung** unter Angabe einer der drei Fälle (siehe oben) mit Begründung bzw. begründe, warum das Master-Theorem nicht anwendbar ist. Es gilt dabei immer $T(1) = 1$:

a) $T(n) = 2 \cdot T(n/4) + \sqrt{n}$,

b) $T(n) = 4 \cdot T(n/3) + n^2$.

c) $T(n) = 3 \cdot T(n/3) + n/\log(n)$.

Vorname: _____ Name: _____ Matrikelnummer: _____

Aufgabe 2 (8 Punkte)

Betrachte die folgende Suchwortmenge $S = \{a, abcbbc, b, bcbca, cb, cbca\}$.

- a) Konstruiere einen Suchwort-Baum für S nach Aho-Corasick;
- b) Konstruiere die Failure-Links in diesem Suchwort-Baum;
- c) Markiere nach dem in der Vorlesung angegebenen Algorithmus von Aho und Corasick alle Knoten darin, die einem Suchwort aus S entsprechen;
- d) Markiere nach dem in der Vorlesung angegebenen Algorithmus von Aho und Corasick die Knoten, für die Treffer ausgegeben werden und gebe die zugehörigen Hit-Links an.
- e) Wende den Algorithmus von Aho-Corasick mit dem konstruierten Suchwort-Baum auf das folgende Wort an: $t_1 \cdots t_{11} = cbcabc bca$.

Hinweis: Verwende verschiedene Farben, aus denen ersichtlich wird, welche Teile des Baumes (bzw. welche Annotationen) zu welchem Aufgabenteil gehören (zeichne ggf. den Baum mehrmals).

Vorname: _____ Name: _____ Matrikelnummer: _____

Aufgabe 3 (8 Punkte)

Betrachte die Wörter $s = \text{BAHAMA}$ und $t = \text{OBAMA}$. Berechne den ersten Schritt des **Hirschberg-Algorithmus** bei einem globalen Sequenzen-Alignment für s und t zur Rekonstruktion des Tracebacks. Bestimme insbesondere den bzw. die Schnittpunkte der Wörter s und t , d.h. die Teilwörter, für die der Hirschberg-Algorithmus rekursiv aufgerufen wird und gib das bzw. die zugehörigen Alignments an.

Gib dazu sowohl die beiden Tabellen zur Ermittlung der Schnittpunkte an und zeichne in diesen Tabellen auch die Traceback-Pfeile ein (die vom Hirschberg-Algorithmus nicht verwendet werden). Die benötigten rekursiv konstruierten Alignments dürfen aus diesen Tabellen abgelesen werden.

Die Kostenfunktion für ein Distanzmaß sei dabei mit 0 für ein Match, mit 3 für eine Substitution und mit 2 für eine Indel-Operation gegeben.

Begründe kurz in eigenen Worten, warum die Rekonstruktion eines optimalen Alignments beim Hirschberg-Algorithmus linearen Platz benötigt.

Vorname: _____ Name: _____ Matrikelnummer: _____

Aufgabe 4 (8 Punkte)

Zeige, dass gilt:

$$\sum_{i=1}^n i^4 \cdot (n - i + 1)^4 \in \Theta(n^9).$$

Hinweis: Verwende dabei geeignete Abschätzungen.

Vorname: _____ Name: _____ Matrikelnummer: _____

Aufgabe 5 (8 Punkte)

Für ein Wort $w = w_1 \cdots w_m \in \Sigma^m$ bezeichnet $w^R = w_m \cdots w_1 \in \Sigma^m$ das *gespiegelte Wort* zu w .

Konstruiere einen möglichst effizienten Algorithmus, der für ein Wort $t \in \Sigma^n$ ein längstes Teilwort von t findet, dessen gespiegeltes Wort ebenfalls in t vorkommt.

Hinweis: Korrektheitsbeweis und Laufzeitanalyse nicht vergessen!

Vorname: _____ Name: _____ Matrikelnummer: _____

Vorname: _____ Name: _____ Matrikelnummer: _____

Vorname: _____ Name: _____ Matrikelnummer: _____