Institut für Informatik
Praktische Informatik und Bioinformatik
Prof. Dr. Caroline Friedel
Marie-Sophie Friedl, Michael Kluge

Sommersemester 2017

Übungen zur Algorithmischen Bioinformatik I

Blatt 3

Abgabetermin: Montag, 22.5.2017, 10 s.t.

1. Aufgabe:

(a) Finden Sie eine untere Schranke für die Suche in Feldern. Betrachten sie dazu die Klasse von Suchalgorithmen, die nur mit paarweisen Vergleichen von Elementen arbeiten. Die Vorgehensweise ist hierbei ähnlich zu der in der Vorlesung für vergleichsbasierte Sortieralgorithmen.

(b) Wir betrachten die lineare Suche als Beispiel für eine einfache Average-Case Analyse. Als durchschnittliche Kosten eines Algorithmus möchten wir den Erwartungswert der Kosten bezüglich der Eingabe definieren. Wir benötigen also ein Wahrscheinlichkeitsmodell für die möglichen Eingaben. In diesem Fall sei für ein Feld L_n der Länge n die Wahrscheinlichkeit, dass das gesuchte Element x nicht im Feld vorkommt p. Die Wahrscheinlichkeit, dass x in Position i ist, sei $\frac{1-p}{n}$. Bestimmen Sie exakt (nicht asymptotisch) die durchschnittliche Zahl der benötigten Vergleiche $A(n) = E[T(L_n)]$, wobei $T(L_n)$ die Anzahl der Vergleiche des Algorithmus für die Liste L_n ist.

2. Aufgabe:

Beweisen oder widerlegen Sie:

(a) $\log_c(n) \in O(\log_2(n))$ für eine Konstante $c \in \mathbb{R}$ mit $c > 1$;

(b) $f \in O(g) \;\Rightarrow\; 2^f \in O(2^g)$, wobei $2^f : n \mapsto 2^{f(n)}$.

3. Aufgabe (Bonus-Aufgabe):

Wenden Sie das Master-Theorem an um die Laufzeit für folgende Rekursionsgleichungen zu bestimmen (mit $T(1) = 1$) oder begründen Sie, warum das Master-Theorem nicht anwendbar ist.

(a) $T(n) = 9 \cdot T(n/3) + n^2$,

(b) $T(n) = 3 \cdot T(n/2) + n \log(n)$,

(c) $T(n) = 5 \cdot T(n/3) + n^2$,

(d) $T(n) = 3 \cdot T(n/3) + n \log(n)$.

4. Aufgabe (Bonus-Aufgabe):
Zeigen Sie mit vollständiger Induktion, dass $T(n) \in O(n \log^2 n)$ mit

$$T(n) = 2T(n/2) + n \log n, \; T(1) = 0. \tag{1}$$

Hinweis: $\log^2 n = (\log n)^2$