

# Algorithmische Bioinformatik: Bäume und Graphen

## Übungsblatt 3

**Abgabetermin:** Montag, 07.05.2018, 9 Uhr

### 1. Aufgabe (Metrik und Ultrametrik, Bonus-Aufgabe):

Beweisen oder widerlegen Sie:

(a)  $d(x, y) = \log(1 + |x - y|)$  ist eine Metrik bzw. Ultrametrik auf  $\mathbb{R}$ .

(b)  $d(x, y) = (1 - \delta_{x,y}) \cdot \max\{x^2, y^2\}$  ist eine Metrik bzw. Ultrametrik auf  $\mathbb{R}$ .

*Hinweis:* Das Kronecker-Delta  $\delta_{x,y}$  ist genau dann 1, wenn  $x = y$ , und 0 sonst.

### 2. Aufgabe (Ultrametrik):

Sei  $\Sigma$  ein Alphabet und bezeichne  $\Sigma^\infty := \{s = s_1 \cdot s_2 \cdot \dots \mid \forall i \in \mathbb{N} : s_i \in \Sigma\}$  die Menge aller unendlichen Zeichenreihen über  $\Sigma$ . Wir definieren  $\delta(s, s) = 0$  sowie  $\delta(s, t) = 2^{-n(s,t)}$  für alle  $s \neq t \in \Sigma^\infty$ , wobei  $n(s, t) = \max\{i \in \mathbb{N}_0 \mid \forall j \in [1 : i] : s_j = t_j\}$ .

Beweisen oder widerlegen Sie:  $\delta$  ist eine Ultrametrik auf  $\Sigma^\infty$ .

### 3. Aufgabe (Ultrametrischer Baum, Bonus-Aufgabe):

Gegeben seien die  $9 \times 9$ -Matrizen  $M_1$  und  $M_2$ . Entscheiden Sie, ob sie ultrametrisch sind oder nicht. Konstruieren Sie dazu entweder einen ultrametrischen Baum oder geben Sie eine Begründung an, warum dies nicht möglich ist.

$M_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9		$M_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	7	4	5	5	7	4	5	7		1	0	5	7	9	9	5	9	4	9
2		0	7	7	7	6	7	7	3		2		0	7	9	9	1	9	5	9
3			0	5	5	5	1	5	7		3			0	9	9	7	9	7	9
4				0	5	7	5	5	7		4				0	8	9	8	9	2
5					0	7	5	2	7		5					0	9	3	9	8
6						0	7	7	6		6						0	9	5	9
7							0	5	7		7							0	9	8
8									0	7		8							0	9
9										0		9								0