Ludwig-Maximilians-Universität München
Institut für Informatik
Prof. Dr. Volker Heun

Sommersemester 2022
Wiederholungsklausur
11. Oktober 2022

Algorithmische Bioinformatik I

Vorname	Name	Matrikelnummer
Reihe	**Platz**	**Unterschrift**

Allgemeine Hinweise zur Semestralklausur

- Vor der Prüfung ist diese Seite mit Vornamen, Namen, Matrikelnummer, Reihe und Platz **leserlich mit Druckbuchstaben** zu versehen und zu unterschreiben.
- Bitte **nicht** in *roter* oder *grüner* Farbe bzw. **nicht** mit Bleistift schreiben.
- Der Studentenausweis und ein amtlicher Lichtbildausweis sind bereit zu halten.
- Die reine Bearbeitungszeit beträgt **120 Minuten**.
- Es sind insgesamt 40 Punkte zu erreichen, zum Bestehen sind 17 Punkte nötig.

Viel Erfolg!

Hörsaal verlassen von .... bis .... von .... bis ....

Vorzeitig abgegeben um ....

	Hz	A1	A2	A3	A4	A5	$\sum$
Erstkorrektur							
Nachkorrektur							
Zweitprüfer							

Vorname: ______________ Name: ______________ Matrikelnummer: ____________

Aufgabe 1 (8 Punkte)

Gib das Master-Theorem aus der **Vorlesung** an. Spezifiziere hierzu insbesondere die drei verschiedenen Fälle und gib an, welche Lösung der jeweilige Fall besitzt.

Bestimme die Asymptotik von $T(n)$ mithilfe des Master-Theorems aus der **Vorlesung** unter Angabe einer der drei Fälle (siehe oben) mit Begründung bzw. begründe, warum das Master-Theorem nicht anwendbar ist. Es gilt dabei immer $T(1) = 1$:

a) $T(n) = 3 \cdot T(n/4) + \log(n)$.

b) $T(n) = 3 \cdot T(n/2) + n^2$.

c) $T(n) = 8 \cdot T(n/2) + n^3$.

Aufgabe 2 (8 Punkte)

Betrachte die folgende Suchwortmenge $S = \{a, aabcaa, bcac, ca, cac\}$.

a) Konstruiere einen Suchwort-Baum für S nach Aho-Corasick;

b) Konstruiere die Failure-Links in diesem Suchwort-Baum;

c) Markiere nach dem in der Vorlesung angegebenen Algorithmus von Aho und Corasick alle Knoten darin, die einem Suchwort aus S entsprechen;

d) Markiere nach dem in der Vorlesung angegebenen Algorithmus von Aho und Corasick die Knoten, für die Treffer ausgegeben werden und gebe die zugehörigen Hit-Links an.

e) Wende den Algorithmus von Aho-Corasick mit dem konstruierten Suchwort-Baum auf das folgende Wort an: $s_1 \cdots s_8 = bcaabcac$.

Hinweis: Verwende verschiedene Farben, aus denen ersichtlich wird, welche Teile des Baumes (bzw. welche Annotationen) zu welchem Aufgabenteil gehören (zeichne ggf. den Baum mehrmals).

Vorname: ______________ Name: ______________ Matrikelnummer: ____________

Aufgabe 3 (8 Punkte)

Bestimme für das Wort $s = s_0 \cdots s_7 = abbaabbb$ die Shift-Tabelle für den Boyer-Moore-Algorithmus gemäß der Strong-Good-Suffix-Rule aus der Vorlesung.

Gib dabei nicht nur die Tabelle, sondern auch alle Zwischenschritte für die Berechnung an.

Vorname: ________________ Name: ________________ Matrikelnummer: ______________

Aufgabe 4 (8 Punkte)

Beweise, dass für alle Funktionen $f, g : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{R}_+$ gilt:

$$O(f^2) + O(g^2) = O((f+g)^2)$$

Hinweis: Beachte, dass das Gleichheitszeichen hier Mengengleichheit bedeutet.

Es gilt $O(f^2) + O(g^2) = \left\{ \hat{f} + \hat{g} \ : \ \hat{f} \in O(f^2) \wedge \hat{g} \in O(g^2) \right\}$.

Vorname: ______________ Name: ______________ Matrikelnummer: ____________

Aufgabe 5 (8 Punkte)

Für ein Wort $w = w_1 \cdots w_n \in \Sigma^n$ ist seine *Spiegelung* definiert als $w^R := w_n \cdots w_1 \in \Sigma^n$. Ein Wort $w' \in \Sigma^*$ ist eine *partielle Doppelspiegelung* eines Wortes $w \in \Sigma^*$, wenn es drei Wörter $x, y, z \in \Sigma^*$ mit $w = xyz$ gibt, so dass $w' = x^R z^R$ (beachte, dass im Allgemeinen $y \neq \epsilon$ sowie $w' \neq w^R$ gilt).

Beispielsweise ist LAGERTOR eine partielle Doppelspiegelung von REGALDUNKELROT.

Entwirf einen Algorithmus, der für $s \in \Sigma^n$ und $t \in \Sigma^m$ in Zeit $O(n+m)$ feststellt, ob t eine partielle Doppelspiegelung von s enthält.

Hinweis: Korrektheitsbeweis und Laufzeitanalyse nicht vergessen.