



Vorname: \_\_\_\_\_ Name: \_\_\_\_\_ Matrikelnummer: \_\_\_\_\_

### Aufgabe 1 (8 Punkte)

Gegeben seien  $s_1 = \text{TACGG}$ ,  $s_2 = \text{ACTGG}$ ,  $s_3 = \text{ATGG}$  und  $s_4 = \text{ATGGC}$ . Konstruiere für diese Sequenzen ein mehrfaches Alignment mit Hilfe der Center-Star-Methode.

Hierbei gilt  $w(a, b) = 1$  und  $w(a, a) = 0$  für alle  $a \neq b \in \bar{\Sigma}$ .

Lücken sollen dabei wiederverwendet werden.

$d$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$s_4$
$s_1$	0	2	2	3
$s_2$	2	0	1	2
$s_3$	2	1	0	1
$s_4$	3	2	1	0

Vorname: \_\_\_\_\_ Name: \_\_\_\_\_ Matrikelnummer: \_\_\_\_\_

## Aufgabe 2 (8 Punkte)

Betrachte die Sequenzen  $s_1 = \text{CAT}$ ,  $s_2 = \text{ATA}$  und  $s_3 = \text{TCA}$ . Berechne die  $C$ -optimalen Schnittpositionen mit Respekt zu  $c_1 = 1$  und die daraus resultierenden mehrfachen Alignments gemäß des Divide-and-Conquer-Alignment-Algorithmus, wobei nach der **ersten** Rekursion bereits jeweils ein optimales Alignment für die jeweiligen Präfixe bzw. Suffixe berechnet wird.

Für die Kostenfunktion des SP-Distanzmaßes gelte  $w(a, a) = 0$  und  $w(a, b) = 1$  für alle  $a \neq b \in \bar{\Sigma}$ .

Vorname: \_\_\_\_\_ Name: \_\_\_\_\_ Matrikelnummer: \_\_\_\_\_

### Aufgabe 3 (8 Punkte)

Bestimme für die folgenden Blöcke von Sequenzen die zugehörigen Häufigkeiten  $H(a, b)$  für die BLOSUM50-Matrix.

$$s_1^{(1)} = \text{ACCCA}$$

$$s_2^{(1)} = \text{ABACA}$$

$$s_3^{(1)} = \text{CBABA}$$

$$s_4^{(1)} = \text{ACABB}$$

$$s_1^{(2)} = \text{CBBCACBAC}$$

$$s_2^{(2)} = \text{CCBCABCAA}$$

$$s_3^{(2)} = \text{BCBBABBAB}$$

$$s_4^{(2)} = \text{CBACABBBA}$$

Vorname: \_\_\_\_\_ Name: \_\_\_\_\_ Matrikelnummer: \_\_\_\_\_

### Aufgabe 4 (8 Punkte)

Sei  $Z_n \in \{0, 1\}$  eine Zufallsvariable, die den Ausgang des  $n$ -ten Wurfs einer Münze beschreibt (wobei die beiden Ausgänge gleichwahrscheinlich sind).

Betrachte  $X_0 := 2 \cdot Z_0$  und für  $n > 0$

$$X_n := 3 \cdot Z_n + 2 \cdot Z_{n-1}.$$

- a) Begründe, dass  $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$  eine Markov-Kette erster Ordnung ist.
- b) Bestimme das zu  $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$  gehörige Markov-Modell  $(Q, P, \pi)$ .
- c) Gib für das Markov-Modell aus b) die stationäre Verteilung an.
- d) Begründe, dass das Markov-Modell aus b) ergodisch ist

### Aufgabe 5 (8 Punkte)

Zeige, dass  $\text{MINEGECOVER} \leq_{\text{PTAS}} \text{MINSAT}$ . Gib dazu explizit eine PTAS-Reduktion  $(f, g, \alpha)$  an und weise die erforderlichen Eigenschaften einer PTAS-Reduktion nach.

#### MINEGECOVER (MINEC)

**Eingabe:** Ein ungerichteter Graph  $G = (V, E)$  mit  $E = \{e_1, \dots, e_m\}$ .

**Lösung:** Eine Teilmenge  $E' \subseteq E$  der Kanten, so dass jeder Knoten mindestens ein Endpunkt einer Kante in  $E'$  ist, d.h.  $\forall v \in V : \exists e \in E' : e \cap \{v\} \neq \emptyset$ .

**Optimum:** Minimiere  $|E'|$ .

#### MINSAT

**Eingabe:** Eine Boolesche Formel  $F$  über  $V(F) = X$ .

**Lösung:** Eine erfüllende Belegung  $B : X \rightarrow \mathbb{B}$ , d.h.  $B(F) = 1$ .

**Optimum:** Minimiere  $\mu(B) = |\{x \in X : B(x) = 1\}|$ .

*Achtung:* Bei MINSAT ist **nicht** die Anzahl erfüllter Klauseln zu minimieren, sondern die Anzahl der auf wahr gesetzten Variablen.