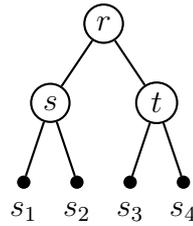


Aufgabe 1 (8 Punkte)

Berechne für den rechts angegebenen vollständigen Baum ein optimales **uniform** geliftetes Alignment mittels der dynamischen Programmierung.



d	s_1	s_2	s_3	s_4
s_1	0	3	1	3
s_2		0	4	5
s_3			0	2
s_4				0

Vorname: _____ Name: _____ Matrikelnummer: _____

Aufgabe 2 (8 Punkte)

Verwende den Algorithmus von Carrillo und Lipman zur Berechnung eines Sequenzen-Alignments zwischen zwei Sequenzen $s = ATTG$ und $t = TG$. Hierzu sind für das Distanzmaß die **Gap-Kosten** von 3 und **Mismatch-Kosten** von 2 zu verwenden. Die **globale obere Schranke** für die Distanz von s und t ist mit 7 vorgegeben.

Hinweis: In der Übung wurde dies für 3 oder mehr Sequenzen implementiert, natürlich funktioniert das Verfahren auch mit nur 2 Sequenzen.

Gib die kombinierte **Prefix-/Suffix-Matrix** $P + S$ und dessen Herleitung an und **markiere alle Zellen**, die in den **Heap** aufgenommen wurden. Gib dabei ebenfalls die Berechnung der verwendeten **obere Schranke** im Relevanz-Test für das Sequenzpaar (s, t) an.

Vorname: _____ Name: _____ Matrikelnummer: _____

Aufgabe 3 (8 Punkte)

Betrachte die folgende Matrix mit den Werten $n_{a,b}$ für die PAM-Matrizen.

$n_{a,b}$	A	B	C
A	0	100	200
B	100	0	200
C	200	200	0

- Gib die allgemeine Formel für 1-PAM-Matrizen für die Werte $w(\cdot, \cdot)$ an:
- Berechne die Werte $w(\cdot, \cdot)$ der zugehörigen 1-PAM.
- Was bedeutet PAM? Was ist der prinzipielle Unterschied zwischen einer 2-PAM und einer Substitutionsmatrix basierend auf einer Mutationsrate von 2%?

Hinweis: Gib auch die Zwischenergebnisse an. Am Ende müssen die Logarithmen nicht ausgerechnet werden, auftretende Brüche aber weitestgehend gekürzt werden.

Aufgabe 4 (8 Punkte)

Wir betrachten vier verschiedene Typen von Münzen A_i für $i \in \{1, 2, 3, 4\}$. Eine Münze vom Typ A_i zeigt mit Wahrscheinlichkeit $\frac{i}{10}$, Kopf und mit der entsprechenden Gegenwahrscheinlichkeit Zahl. Wir wählen zufällig eine Münze (aus den vier Typen) und erhalten anschließend beim viermaligen Werfen dieser Münze genau zweimal Kopf.

- a) Gib die allgemeinen Formeln für den Maximum-Likelihood-Schätzer und den Maximum-A-Posteriori-Schätzer an.
- b) Bestimme die Likelihood-Funktion für dieses Ergebnis bezüglich des Parameterraums $\Theta = \{A_1, A_2, A_3, A_4\}$ und gib dann den Maximum-Likelihood-Schätzer für den Typ der gewählten Münze aus dem Parameterraum $\Theta = \{A_1, A_2, A_3, A_4\}$ an.
- c) Bestimme die Posteriori-Wahrscheinlichkeit für dieses Ergebnis bezüglich des Parameterraums $\Theta = \{A_1, A_2, A_3, A_4\}$ und gib dann den Maximum-A-Posteriori-Schätzer für den Typ der gewählten Münze aus dem Parameterraum $\Theta = \{A_1, A_2, A_3, A_4\}$ an, wobei die Priori-Wahrscheinlichkeit, dass wir einen Würfel vom Typ A_i zufällig ziehen, bei $\frac{5-i}{10}$ liegt.

Aufgabe 5 (8 Punkte)

Zeige, dass $\text{MINDIRECTEDTSP} \leq_{\text{PTAS}} \text{MINTSP}$. Gib dazu explizit eine PTAS-Reduktion (f, g, α) an und weise die erforderlichen Eigenschaften einer PTAS-Reduktion nach.

MINTSP (UNDIRECTED TRAVELING SALESPERSON)

Eingabe: Ein vollständiger ungerichteter Graph $G = (V, E)$ und Kantengewichten w .

Lösung: Ein ungerichteter Hamiltonscher Kreis, d.h. eine Permutation $(v_{\pi(1)}, \dots, v_{\pi(n)})$ der Knotenmenge V mit $\{v_{\pi(i)}, v_{\pi((i \bmod n)+1)}\} \in E$ und $n = |V|$.

Optimum: Minimiere $\sum_{i=1}^n w(v_{\pi(i)}, v_{\pi((i \bmod n)+1)})$ mit $n = |V|$.

MINDIRECTEDTSP (DIRECTED TRAVELING SALESPERSON)

Eingabe: Ein vollständiger gerichteter Graph $G = (V, E)$ und Kantengewichten w .

Lösung: Ein gerichteter Hamiltonscher Kreis, d.h. eine Permutation $(v_{\pi(1)}, \dots, v_{\pi(n)})$ der Knotenmenge V mit $(v_{\pi(i)}, v_{\pi((i \bmod n)+1)}) \in E$ und $n = |V|$.

Optimum: Minimiere $\sum_{i=1}^n w(v_{\pi(i)}, v_{\pi((i \bmod n)+1)})$ mit $n = |V|$.