

Übungen zur Algorithmischen Bioinformatik II

Blatt 2

Abgabetermin: Donnerstag, 9.11.2017, vor Beginn der Vorlesung

1. Aufgabe:

Beweisen Sie, dass wenn $P \in \mathcal{NP}$ ist, das zu P gehörige Entscheidungsproblem in \mathcal{NP} ist.

2. Aufgabe (Bonus-Aufgabe):

- (a) Zeigen Sie, dass $\text{TSP} \in \mathcal{NP}$.
- (b) Zeigen Sie, dass das zu TSP gehörige Entscheidungsproblem \mathcal{NP} -hart ist.

3. Aufgabe:

Zeigen Sie, dass mit der Konstruktion aus Blatt 1, Aufgabe 3 nicht $\text{SAT} \leq_p \text{CNF-SAT}$ folgt.

Hinweis: Betrachten Sie hierzu die folgenden Booleschen Formeln:

$$f_n(x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_n) := \bigvee_{i=1}^n ((x_i \wedge \bar{y}_i) \vee (\bar{x}_i \wedge y_i)).$$

Die Variablen wurden hier der besseren Interpretation wegen mit $x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_n$ statt mit x_1, \dots, x_{2n} angegeben, da $f(\vec{x}, \vec{y})$ genau dann wahr ist, wenn $\vec{x} \neq \vec{y}$ gilt.

Bemerkung: Die Größe einer Booleschen Formel sei hier als die Anzahl der enthaltenen Booleschen Operationen ($\wedge, \vee, \bar{\cdot}$) definiert.

4. Aufgabe (Bonus-Aufgabe):

Zeigen Sie, dass $\text{SAT} \leq_p \text{CNF-SAT}$ gilt.

Hinweis: Zeigen Sie zunächst, dass die Boolesche Formel $F_1 \vee F_2$ genau dann erfüllbar ist, wenn die Boolesche Formel $(F_1 \vee x) \wedge (F_2 \vee \bar{x})$ erfüllbar ist, wobei F_1 und F_2 Boolesche Formeln sind und $x \notin V(F_1) \cup V(F_2)$ eine neue Variable ist. Verwenden Sie dann dieses Ergebnis.