
Algorithmische Bioinformatik II

Abgabetermin: Freitag, den 15. November, 12⁰⁰

Betrachte für die ersten beiden Aufgaben das Problem MINPARTITION und das darauf folgende Approximationsschema PTAS_MinPartition.

MINPARTITION

Eingabe: Ein Folge $x = (x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{N}^n$.

Lösung: Ein Teilmenge $I \subseteq [1 : n]$.

Optimum: Minimiere $\mu(I, n) := \max\{\sum_{i \in I} x_i, \sum_{i \in [1:n] \setminus I} x_i\}$.

PTAS_MinPartition $((x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{N}^n, \varepsilon \in (0, 1))$

Sortiere (x_1, \dots, x_n) , s.d. $x_1 \geq x_2 \geq \dots \geq x_n$ gilt;

$k(\varepsilon) := \min\{n, \lceil (1 - \varepsilon)/\varepsilon \rceil\}$;

$I := \emptyset$;

// Finde optimale Lösung I für $(x_1, \dots, x_{k(\varepsilon)})$

foreach $(J \subseteq [1 : k(\varepsilon)])$ **do**

if $(\mu(J, k(\varepsilon)) < \mu(I, k(\varepsilon)))$ **then** $I := J$;

// Erweitere I zu einer Lösung für (x_1, \dots, x_n)

for $(j := k(\varepsilon); j < n; j++)$ **do**

if $(\sum_{i \in I} x_i \leq \sum_{i \in [1:j] \setminus I} x_i)$ **then** $I := I \cup \{j + 1\}$;

return I ;

Tutoraufgabe 1 (Vorbereitung bis zum 13.11.19)

Zeige, dass PTAS_MinPartition die Approximationsgüte $1 + \varepsilon$ besitzt.

Hinweis: Betrachte das zuletzt in die größere Menge aufgenommene Element x_ℓ . Zeige, dass die Partition optimal ist, falls $\ell \leq k(\varepsilon)$, bzw. dass die geforderte Approximationsgüte erfüllt wird, falls $\ell > k(\varepsilon)$.

Aufgabe (Notenbonus) 1

Schätze die Laufzeit von PTAS_MinPartition in Abhängigkeit von n und ε möglichst genau ab.

Aufgabe (Notenbonus) 2

Zeige, dass E3SAT \mathcal{NP} -hart ist.

E3SAT

Eingabe: Eine Boolesche Formel F in 3-konjunktiver Normalform, wobei jede Klausel aus **genau 3 verschiedenen** Literalen besteht.

Ausgabe: Gibt es eine Belegung B von $V(F)$, so dass $\mathcal{I}_B(F) = 1$?