Ludwig-Maximilians-Universität München
Institut für Informatik
Prof. Dr. Volker Heun

Wintersemester 2022/23
Übungsblatt 3
8. November 2022

Algorithmische Bioinformatik II

Abgabetermin: Freitag, den 18. November, 9⁰⁰ Uhr in Moodle

Betrachte für die ersten beiden Aufgaben das Problem MinPartition und das darauf folgende Approximationsschema PTAS_MinPartition.

MinPartition

Eingabe: Ein Folge $x = (x_1, \ldots, x_n) \in \mathbb{N}^n$.
Lösung: Ein Teilmenge $I \subseteq [1 : n]$.
Optimum: Minimiere $\mu(I, n) := \max\{\sum_{i \in I} x_i, \sum_{i \in [1:n] \setminus I} x_i\}$.

PTAS_MinPartition $((x_1, \ldots, x_n) \in \mathbb{N}^n, \varepsilon \in (0,1))$

```
Sortiere (x_1, ..., x_n), s.d. x_1 ≥ x_2 ≥ ··· ≥ x_n gilt;
k(ε) := min{n, ⌈(1 − ε)/ε⌉};
I := ∅;
// Finde optimale Lösung I für (x_1, ..., x_k(ε))
foreach (J ⊆ [1 : k(ε)]) do
    if (μ(J, k(ε)) < μ(I, k(ε))) then I := J;
// Erweitere I zu einer Lösung für (x_1, ..., x_n)
for (j := k(ε); j < n; j++) do
    if (∑_{i∈I} x_i ≤ ∑_{i∈[1:j]\I} x_i) then I := I ∪ {j + 1};
return I;
```

Tutoraufgabe 1 (Vorbereitung bis zum 16.11.22)

Zeige, dass PTAS_MinPartition die Approximationsgüte $1 + \varepsilon$ besitzt.

Hinweis: Betrachte das zuletzt in die größere Menge aufgenommene Element x_ℓ. Zeige, dass die Partition optimal ist, falls $\ell \leq k(\varepsilon)$, bzw. dass die geforderte Approximationsgüte erfüllt wird, falls $\ell > k(\varepsilon)$.

Hausaufgabe 2

Schätze die Laufzeit von PTAS_MinPartition in Abhängigkeit von n und ε möglichst genau ab.

Hausaufgabe 3

Zeige, dass E3SAT $\mathcal{NP}$-hart ist.

E3SAT

Eingabe: Eine Boolesche Formel F in 3-konjunktiver Normalform, wobei jede Klausel **genau 3 verschiedene** Literale über 3 **verschiedene** Variable besitzt.
Ausgabe: Gibt es eine Belegung B von $V(F)$, so dass $\mathcal{I}_B(F) = 1$?