

---

## Algorithmische Bioinformatik II

---

Abgabetermin: Freitag, den 23. Januar, 9<sup>00</sup> Uhr in Moodle

### Hausaufgabe 1

Wirf einen echten Würfel so oft, bis er sechs Augen anzeigt und notiere diese Anzahl als  $N$ .

*Erinnerung:* diese Anzahl ist geometrisch zum Parameter  $p$  verteilt, d.h.

$$\text{Ws}[X = N] = (1 - p)^{N-1} \cdot p.$$

wobei  $p$  die Wahrscheinlichkeit ist, dass mit dem Würfel eine Sechs gewürfelt wird.

- Überprüfe mittels eines einfachen Hypothesen-Tests, ob  $p = 1/6$  gilt für das Signifikanz-Niveau  $\alpha = 0.05$ . Für die Alternativ-Hypothese sei  $p < 1/6$ .
- Überprüfe mit Hilfe des Likelihood-Ratio-Tests die Null-Hypothese ( $p = 1/6$ ) gegen die Alternativ-Hypothese ( $p = 1/7$ ) für das Signifikanz-Niveau  $\alpha = 0.05$ .
- Überprüfe mit Hilfe des Likelihood-Ratio-Tests die Null-Hypothese ( $p = 1/7$ ) gegen die Alternativ-Hypothese ( $p = 1/6$ ) für das Signifikanz-Niveau  $\alpha = 0.05$ .

### Hausaufgabe 2

Betrachte das folgende Modell  $M(\theta)$  mit

$$\theta \in \Theta = \{(p_1, \dots, p_4) : p_i \in [0, 1] \wedge p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = 1 \wedge p_1 + p_2 = p_3 + p_4\}$$

für das Werfen eines Tetraeders, wobei bei einem Wurf mit Wahrscheinlichkeit  $p_i$  die Seitenfläche  $i$  unten liegt. Weiter sei die Wahrscheinlichkeit für die Seitenflächen 1 und 2 genau so groß wie für 3 und 4.

Angenommen, der Tetraeder wurde  $N$ -mal geworfen und dabei kam die Seite  $i$  genau  $N_i$ -mal unten zu liegen. Bestimme den Maximum-Likelihood-Schätzer  $\theta_{ML}^* \in \Theta$  und den Maximum-A-Posteriori-Schätzer  $\theta_{MAP}^* \in \Theta$  für den Prior  $f_0(p_1, p_2, p_3, p_4) = 64 \cdot p_1 \cdot p_3$ .

### Tutoraufgabe 3 (Vorbereitung bis zum 21.01.26)

Sei  $Z_n \in [1 : 6]$  eine Zufallsvariable, die dem Ausgang des  $n$ -ten Wurf eines Würfels entspricht (wobei alle sechs Ausgänge gleichwahrscheinlich sind). Betrachte

$$X_n = \left( \sum_{i=1}^n Z_i \right) \bmod 4.$$

- Zeige, dass  $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$  eine Markov-Kette ist.
- Bestimme das zugehörige Markov-Modell  $(Q, P, \pi)$ .
- Bestimme die stationäre Verteilung.