
Algorithmische Bioinformatik II

Abgabetermin: Freitag, den 14. November, 9⁰⁰ Uhr in Moodle

Hausaufgabe 1

Beweise den Satz 5.57 aus dem Skript für Minimierungsprobleme.

Betrachte für die folgenden beiden Aufgaben das Problem MINPARTITION und das darauf folgende Approximationsschema PTAS_MinPartition.

MINPARTITION

Eingabe: Ein Folge $x = (x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{N}^n$.

Lösung: Ein Teilmenge $I \subseteq [1 : n]$.

Optimum: Minimiere $\mu(I, n) := \max\{\sum_{i \in I \cap [1:n]} x_i, \sum_{i \in [1:n] \setminus I} x_i\}$.

PTAS_MinPartition $((x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{N}^n, \varepsilon \in (0, 1))$

```
Sortiere  $(x_1, \dots, x_n)$ , s.d.  $x_1 \geq x_2 \geq \dots \geq x_n$  gilt;  
 $k(\varepsilon) := \min\{n, \lceil (1 - \varepsilon)/\varepsilon \rceil\};$   
 $I := \emptyset;$   
// Finde optimale Lösung  $I$  für  $(x_1, \dots, x_{k(\varepsilon)})$   
foreach  $(J \subseteq [1 : k(\varepsilon)])$  do  
  if  $(\mu(J, k(\varepsilon)) < \mu(I, k(\varepsilon)))$  then  $I := J;$   
// Erweitere  $I$  zu einer Lösung für  $(x_1, \dots, x_n)$   
for  $(j := k(\varepsilon); j < n; j++)$  do  
  if  $(\sum_{i \in I} x_i \leq \sum_{i \in [1:j] \setminus I} x_i)$  then  $I := I \cup \{j + 1\};$   
return  $I;$ 
```

Hausaufgabe 2

Schätze die Laufzeit von PTAS_MinPartition in Abhängigkeit von n und ε möglichst genau ab.

Tutoraufgabe 3 (Vorbereitung bis zum 12.11.25)

Zeige, dass PTAS_MinPartition die Approximationsgüte $1 + \varepsilon$ besitzt.

Hinweis: Betrachte das zuletzt in die größere Menge aufgenommene Element x_ℓ . Zeige, dass die Partition optimal ist, falls $\ell \leq k(\varepsilon)$, bzw. dass die geforderte Approximationsgüte erfüllt wird, falls $\ell > k(\varepsilon)$.