
Algorithmische Bioinformatik II

Abgabetermin: Freitag, den 28. November, 9⁰⁰ Uhr in Moodle

Hausaufgabe 1

Zeige, dass $\text{MAX3SAT} \leq_{\text{PTAS}} \text{MAXSPECIAL3SAT}$.

MAXSPECIAL3SAT

Eingabe: Ein Boolesche Formel F in 3-konjunktiver Normalform, in der keine Klausel mit drei negierten Variablen auftritt.

Lösung: Eine Belegung $B : V(F) \rightarrow \mathbb{B}$.

Optimum: Maximiere $\mu_F(B)$, wobei $\mu_F(B)$ die Anzahl gleichzeitig erfüllbarer Klauseln in F ist.

Hinweis: Betrachte $(\bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z})$ sowie $(\bar{x} \vee \bar{y} \vee w) \wedge (\bar{w} \vee \bar{z})$. Weiterhin nutze man aus, dass in jeder 3SAT-Formel mindestens die Hälfte aller Klauseln erfüllbar ist (Adaption von Aufgabe 2 auf Blatt 5).

Hausaufgabe 2

Sei $w : \bar{\Sigma}^2 \rightarrow \mathbb{R}_+$ eine Kostenfunktion für ein Distanzmaß mit $w(-, -) := 0$, die die Eigenschaften einer Metrik (Definitheit, Symmetrie und Dreiecksungleichung) erfüllt. Sei weiter $w' : \bar{\Sigma}_0^k \rightarrow \mathbb{R}_+$ die zugehörige Consensus-Kostenfunktion für ein Distanzmaß eines k -fachen Sequenzen-Alignments.

Zeige, welche Eigenschaften einer Metrik (Definitheit, Symmetrie und Dreiecksungleichung) von w' erfüllt sind und welche nicht (Gegenbeispiel).

Tutoraufgabe 3 (Vorbereitung bis zum 26.11.25)

Konstruiere einen polynomiellen Approximationsalgorithmus für MAXE3SAT mit Approximationsgüte $8/7$.

Hinweis: Sei $F = F(x_1, \dots, x_n)$ eine Boolesche Formel in 3-konjunktiver Normalform über $V(F) = \{x_1, \dots, x_n\}$. Sei weiter $(b_1, \dots, b_{i-1})$ eine Belegung der ersten $i - 1$ Variablen aus $V(F)$. Wähle b_i in Abhängigkeit von den folgenden bedingten Erwartungswerten:

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[F(x) \mid (x_1, \dots, x_{i-1}) = (b_1, \dots, b_{i-1}) \wedge x_i = 0], \\ \mathbb{E}[F(x) \mid (x_1, \dots, x_{i-1}) = (b_1, \dots, b_{i-1}) \wedge x_i = 1]. \end{aligned}$$